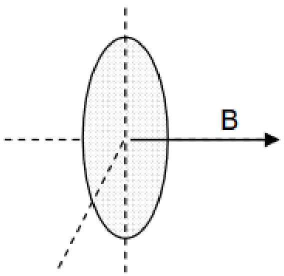
TEMA 7: "INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA"
SOLUCIÓN "A MODO DE EXAMEN"

1.- Un anillo conductor se coloca perpendicularmente a un campo magnético uniforme B ¿En qué caso será mayor la fuerza electromotriz inducida en el anillo?
a) Si B disminuye linealmente con el tiempo pasando de 0,5 T a 0 T en 1 ms
b) Si B aumenta linealmente con el tiempo pasando de 1,0 T a 1,2 T en 1 ms



Recordando la definición de flujo, y teniendo en cuenta que desconocemos el valor de la superficie del anillo, podemos calcular la f.e.m. en función de la superficie S:

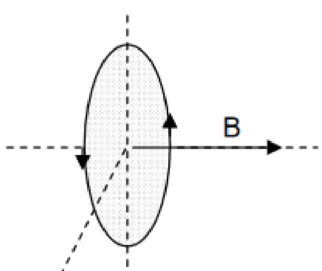
$$\varphi = B \cdot S$$
$$\Delta\varphi_A = \varphi_2 - \varphi_1 = (B_2 - B_1)S = \Delta B \cdot S$$
$$\varepsilon_A = -\frac{\Delta\varphi_A}{\Delta t} = -\frac{\Delta B \cdot S}{t} = -\frac{(0-0,5)\ T\ S\ (m^2)}{10^{-3} s} = 500\ (S)\ V$$

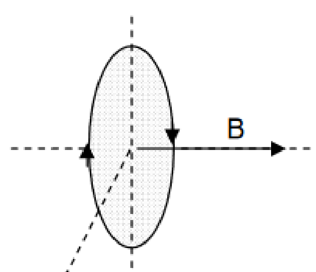
Para el segundo caso la f.e.m será:

$$\varphi = B \cdot S$$
$$\Delta\varphi_B = \varphi_2 - \varphi_1 = (B_2 - B_1)S = \Delta B \cdot S$$
$$\varepsilon_B = -\frac{\Delta\varphi_B}{\Delta t} = -\frac{\Delta B \cdot S}{t} = -\frac{(1,2-1,0)\ T\ S\ (m^2)}{10^{-3} s} = -\ 200\ (S)\ V$$

En el primer caso como el flujo disminuye, la corriente circulará en el sentido de reforzar el campo inductor (sentido contrario a las agujas del reloj en este caso).

En el segundo caso el flujo aumenta con lo que el sentido de la corriente inducida será aquel que produzca un campo magnético contrario al campo inductor (sentido de las agujas del reloj)





Comparando por tanto los valores absolutos de ambas, vemos que la f.e.m es mayor en el primer caso:

$$\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B} = \frac{500\ \cancel{S}}{200\ \cancel{S}} = 2,5\ ;\quad \varepsilon_A = 2,5\ \varepsilon_B$$

2.- Una espira de 2,0 cm de radio gira uniformemente con un periodo de 0,02 s en el seno de un campo magnético de 0,12 T. Determinar:
a) La frecuencia de la corriente inducida en la espira.
b) El valor del flujo del campo magnético a través de la espira en relación con el tiempo.
c) El valor máximo de la f.e.m. inducida en la espira.
d) La tensión que señalaría un voltímetro conectado al circuito.

Para una espira que gira con velocidad angular constante en un campo magnético constante la fuerza electromotriz varía de forma senoidal:
a)

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0,02\ s} = 50\ s^{-1} = 50\ Hz$$

b)

$$\left.\begin{array}{l} \varphi = B\ S\ \cos\alpha \\ \alpha = \omega\ t \end{array}\right\} \varphi = B\ S\ \cos(\omega\ t) = \varphi_{MAX} \cos(\omega\ t)$$

$$\varphi = 0,12\ T\ (\pi\ 0,02^2\ m^2)\ \cos\left(\frac{2\pi}{0,02}\ t\right) = 1,51.10^{-4} \cos(100\pi\ t)$$

$$\varphi = 1,51.10^{-4} \cos(100\pi\ t)$$

c)

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = 1,51.10^{-4}(100\pi)\ \text{sen}(100\pi\ t) = 4,74\ 10^{-2}\ \text{sen}(100\pi\ t)$$

$$\varepsilon = \varepsilon_{MAX}\ \text{sen}(\omega t) = 4,74\ 10^{-2}\ \text{sen}(100\pi\ t)$$

$$\varepsilon_{MAX} = 4,74\ 10^{-2}\ V$$

d) El voltímetro señalará el valor de la tensión eficaz, que viene dada por:

$$\varepsilon_e = \frac{\varepsilon_m}{\sqrt{2}} = \frac{4,74 \cdot 10^{-2} V}{\sqrt{2}} = 3,35 \cdot 10^{-2} V$$

3.- En un pequeño generador eléctrico de inducción electromagnética una espira gira en un campo magnético constante con una frecuencia f y genera una f.e.m. cuyo valor máximo es 0,12 V. Si la espira la hacemos rotar con una frecuencia triple que la anterior en un campo magnético que vale la mitad que el original determine la nueva fuerza electromotriz.

Si se hace girar una espira en un campo magnético se produce una f.e.m. variable. En el enunciado se habla del valor máximo de la f.e.m.:

$$\varepsilon = -\frac{d\varphi}{dt} = B\ S\ \omega\ \text{sen}(\omega t) = \varepsilon_{MAX}\ \text{sen}(\omega t)$$

$$\varepsilon_{MAX} = B\ S\ \omega = B\ S\ (2\ \pi\ f)$$

Aplicando lo anterior para los dos casos del enunciado tenemos:

$$\left.\begin{array}{l} (\varepsilon_{MAX})_1 = B_1\ S\ (2\ \pi\ f_1) \\ (\varepsilon_{MAX})_2 = B_2\ S\ (2\ \pi\ f_2) \end{array}\right\} \frac{(\varepsilon_{MAX})_1}{(\varepsilon_{MAX})_2} = \frac{B_1\ f_1}{B_2\ f_2}$$

$$(\varepsilon_{MAX})_2 = (\varepsilon_{MAX})_1 \frac{B_2\ f_2}{B_1\ f_1} = 0,12\ V\ \frac{\frac{\cancel{B_1}}{2}\ 3\ \cancel{f_1}}{\cancel{B_1}\ \cancel{f_1}} = \frac{3}{2} 0,12\ V = 0,18\ V$$

4.- Un circuito presenta una resistencia óhmica de 25 Ω y se establece una fem inducida en sus extremos de valor e= 170 sen (50π t) S.I. ¿Qué intensidad medirá un amperímetro?

El valor que marcará el amperímetro será el de la intensidad eficaz.

Para determinarlo, calculamos en primer lugar la tensión eficaz:

$$e_e = \frac{e_m}{\sqrt{2}} = \frac{170V}{\sqrt{2}} = 120,2V$$

Calculamos a continuación el valor de la intensidad eficaz aplicando la ley de Ohm:

$$I_e = \frac{e_e}{R} = \frac{120,2V}{25\Omega} = 4,81A$$

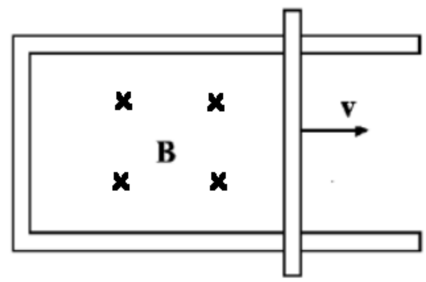
5.- Una varilla conductora, de 20 cm de longitud y 10 Ω de resistencia, se desplaza paralelamente a sí misma y sin rozamiento, con una velocidad de 5 cm/s, sobre un conductor en forma de U de resistencia despreciable en el seno de un campo magnético de 0,1 T. Determina:

a) la fem que aparece entre los extremos de la varilla.

b) la intensidad que recorre el circuito y su sentido.

c) la fuerza externa que debe actuar sobre la varilla para mantenerla en movimiento.

Supongamos que el campo magnético tiene la dirección perpendicular al papel y sentido hacia dentro y la varilla se desplaza hacia la derecha tal y como indica la figura.



a) La fem inducida en la barra conductora es:

$$\Phi = B \cdot S = B \cdot L \cdot x = B \cdot L \cdot (x_0 + v \cdot t)$$

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -B \cdot L \cdot v$$

$|e|$ = 0,1·0,2·0,05 = 10^{-3} V

b) La intensidad que recorre el circuito la calculamos aplicando la ley de Ohm:

I = e/R = 10^{-3} V/10 Ω

I = 10^{-4} A

c) Como por la varilla circula una intensidad I y está colocada dentro de un campo magnético, actúa sobre ella una fuerza magnética de sentido opuesto al de la velocidad:

$F_{magnética}$ = I·L·B

Para mantener a la varilla en movimiento debemos aplicar una fuerza externa $F_{externa}$ de sentido contrario al de la fuerza magnética, es decir, del mismo sentido que el de la velocidad. Esta fuerza es la que realiza el trabajo necesario para mantener la corriente por el circuito. Su módulo es:

$F_{externa}$ = I·L·B = 10^{-4} · 0,2 · 0,1 = 2·10^{-6} N

6.- Un campo magnético uniforme varía en el tiempo según la expresión B = 0,4t – 0,3 (en unidades S.I.). Calcula la fem inducida en una espira de 50 cm² si el plano de la espira es perpendicular a las líneas de inducción.

El flujo magnético a través de la espira varía en el tiempo según la expresión:

Φ(t) = B · S · cos0° = (0,4t – 0,3) · 5·10^{-3}

Φ(t) = (2t – 1,5) · 10^{-3} Wb

La fem inducida en la espira es:

ε = -dΦ/dt = -2·10^{-3} V = –2 mV

El signo negativo indica que el sentido de la corriente inducida es tal que se opone al aumento de flujo magnético a través de la espira.

7.- Una bobina circular plana, de 150 espiras y 11 mm de radio, está situada en el interior de un campo magnético uniforme de 0,45 T. La bobina gira alrededor de un diámetro que es perpendicular a la dirección del campo magnético.
a) Calcula el flujo magnético máximo que atraviesa la bobina.
b) Calcula la velocidad de rotación, en r.p.m., que sería necesaria para generar una f.e.m. máxima de 6 V.

a) El flujo magnético máximo corresponde a la situación en la cual el plano de las espiras es perpendicular al campo magnético (su vector superficie es paralelo al campo y, por lo tanto, el ángulo que forman S y B es de 0º). En estas circunstancias el valor del flujo máximo será:

$$\Phi_{max} = NBS = 150 \cdot 0{,}45\,T \cdot \pi(0{,}011 m)^2 =$$
$$= 0{,}0256\ Wb$$

b) Al girar la expira se genera una f.e.m. que viene dada por la expresión:

$$\varepsilon = NBS\omega \cdot sen(\omega t)$$

Cuyo valor máximo corresponderá a un valor del seno igual a 1, es decir:

$$\varepsilon_{max} = NBS\omega$$

Y la velocidad de rotación será:

$$\omega = \frac{\varepsilon_{max}}{NBS} = \frac{6\,V}{0{,}0256\ Wb} = 234{,}37\ rad \cdot s^{-1} =$$
$$= 2238\ r.p.m.$$

8.- Un campo magnético variable en el tiempo de módulo $\mathbf{B = 2\cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right)T}$ forma un ángulo de $\mathbf{30^0}$ con la normal al plano de una bobina formada por 10 espiras de radio r=5 cm. La resistencia total de la bobina es R=100 Ω. Determine:
a) El flujo del campo magnético a través de la bobina en función del tiempo.
b) La fuerza electromotriz y la intensidad de corriente inducidas en la bobina en el instante t=2 s

a) El flujo del campo magnético será:

$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = 10 \cdot 2 \cdot \cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \cdot \pi \cdot 0{,}05^2 \cdot \cos 30^0 = 0{,}136 \cdot \cos\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) wb$$

b) La fuerza electromotriz inducida será:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = 0{,}136 \cdot 3\pi \cdot sen\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) = 1{,}28 \cdot sen\left(3\pi t - \frac{\pi}{4}\right) V$$

Para t = 2 s, la fuerza electromotriz será:

E = 1,28(−0,707) =−0,90V

Mientras que la intensidad tendrá el valor:

$$I = \frac{e}{R} = \frac{-0{,}90}{100} = -0{,}09A$$