TEMA 7: "INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA"
SOLUCIONES EJERCICIOS PROPUESTOS 1

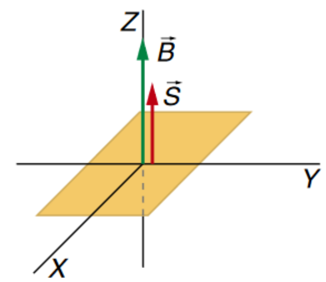
1.- Una bobina cuadrada y plana de 25 cm^2 de superficie, construida con 5 espiras, está en el plano XY.

a) Enuncia la ley de Faraday-Lenz.

b) Calcula la fuerza electromotriz inducida si se modifica un campo magnético en dirección al eje Z, pasando de 0,5 T a 0,2 T en 0,1 s.

c) Calcula la fem media inducida si el campo permanece constante, B = 0,5 T, y la bobina gira hasta colocarse en el plano XZ en 0,1 s.

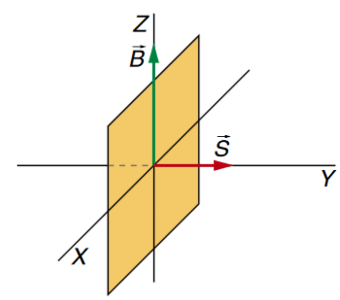
a) La ley de Faraday establece que la corriente inducida es producida por una f.e.m. inducida que es directamente proporcional a la rapidez con que varía el flujo y al número de espiras del inducido. Además la ley de Lenz establece que el sentido de la corriente inducida es tal, que se opone a la causa que la produce. Al combinar ambas leyes obtenemos la expresión matemática que nos da el valor de la f.e.m. inducida en relación con el número de espiras del inducido, la rapidez de la variación del flujo y en la que el signo negativo nos indica que esa f.e.m. inducida tiene un sentido tal que se opone a la variación de flujo que la produjo.



$$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

b) Para resolver este apartado tenemos que darnos cuenta que existe un cambio de campo magnético ($\Delta B = B_f - B_0$), y que la superficie hay que pasarla a m^2 (25cm^2 = 25·10^{-4}m^2)

$$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{S\Delta B}{\Delta t} = -NS\frac{B_f - B_0}{\Delta t} = -5\cdot 25\cdot 10^{-4}\cdot\frac{0,2-0,5}{0,1} = 0,0375V$$



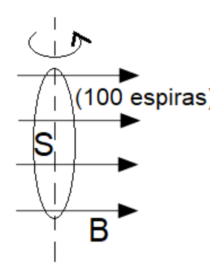
c) En este apartado se produce un cambio en la superficie expuesta al campo magnético:

$$e = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -N\frac{B\Delta S}{\Delta t} = -NB\frac{S_f - S_0}{\Delta t} = -5\cdot 0,5\cdot\frac{0-25\cdot 10^{-4}}{0,1} = 0,0625V$$

2.- Una bobina de 100 espiras de 10 cm^2 cada una gira a 360 rpm alrededor de un eje situado en un plano perpendicular a un campo magnético uniforme de 0,020 T. Calcula:

a) El flujo máximo que atraviesa la bobina.

b) La fem inducida en la bobina.



a) El flujo máximo por espira que atraviesa la bobina es:

$$\Phi = B\cdot S = 0,020T\cdot 10cm^2 = 0,020T\cdot 10\cdot 10^{-4}m^2 = 2\cdot 10^{-5}Wb$$

b) Para conocer la fem inducida necesitamos conocer el valor de ω en rad/seg.

$$\omega = 360\frac{rev}{min} = 360\frac{rev}{min}\cdot\frac{2\pi rad}{1rev}\cdot\frac{1min}{60s} = 12\pi\frac{rad}{s}$$

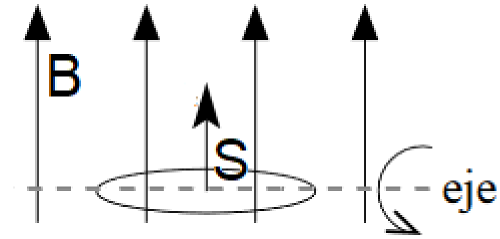
La fem media inducida será:

$$e = -N\frac{d\Phi}{dt} = NBS\omega sen\omega t = 100\cdot 0,020\cdot 10\cdot 10^{-4}\cdot 12\pi\cdot sen12\pi t = 0,075sen12\pi t\ V$$

3.- Una espira circular de 5 cm de radio, inicialmente horizontal, gira a 60 rpm en torno a uno de sus diámetros en un campo magnético vertical de 0,2 T.

a) Dibuja en una gráfica el flujo magnético a través de la espira en función del tiempo entre los instantes t = 0 s y t = 2 s e indica el valor máximo de dicho flujo.

b) Escribe la expresión de la fem inducida en la espira en función del tiempo e indica su valor en el instante t = 1 s.



a) El valor del flujo viene dado por:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha = B \cdot \pi r^2 \cdot \cos\omega t$$

En donde ω vale:

$$\omega = 60\,\frac{rev}{min} = 60\,\frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi rad}{1rev} \cdot \frac{1\,min}{60s} = 2\pi\,\frac{rad}{s}$$

Luego:

$$\Phi = 0,2 \cdot 3,14 \cdot \left(5 \cdot 10^{-2}\right)^2 \cdot \cos 2\pi t = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos 2\pi t$$

En un cuarto de período el flujo pasa del valor máximo a cero y el valor del periodo es:

$$T = \frac{2\pi R}{v} = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{2\pi} = 1s$$

Por tanto:

Para t=0 $\Rightarrow\ \Phi_0 = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos 2\pi \cdot 0 = 1,57 \cdot 10^{-3}$

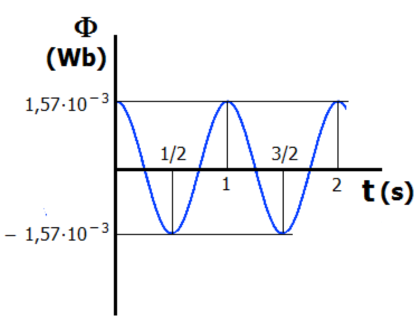
Para t=1/4 s $\Rightarrow \Phi_{1/4} = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos 2\pi \cdot \frac{1}{4} = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos\frac{\pi}{2} = 0$

Para t=1/2 s $\Rightarrow \Phi_{1/2} = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos 2\pi \cdot \frac{1}{2} = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos\pi = -1,57 \cdot 10^{-3}$

Para t=3/4 s $\Rightarrow \Phi_{3/4} = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos 2\pi \cdot \frac{3}{4} = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos\frac{3\pi}{2} = 0$

Para t=1s $\Rightarrow \Phi_1 = 1,57 \cdot 10^{-3} \cos 2\pi = 1,57 \cdot 10^{-3}$

Cada segundo (un periodo) se vuelven a repetir los valores obtenidos. Obtenemos una gráfica cosenoidal:



b) Fuerza electromotriz:

$$e = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d(B \cdot S \cdot \cos\omega t)}{dt} = -B \cdot S \cdot \frac{d(\cos\omega t)}{dt} = B \cdot S \cdot \omega sen\omega t = 1,57 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot sen 2\pi t = 9,86 \cdot 10^{-3} \cdot sen 2\pi t$$

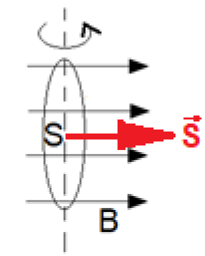
Para t = 1

$$e = 9,86 \cdot 10^{-3} \cdot sen 2\pi t = 9,86 \cdot 10^{-3} \cdot sen\left(2\pi \cdot 1\right) = 9,86 \cdot 10^{-3} \cdot 0 = 0$$

4.- Una bobina formada por 500 espiras circulares de 3,5 cm de radio se encuentra en el seno de un campo magnético uniforme de valor 0,5 T de forma que el eje de la espira y el campo son paralelos. La espira comienza a girar en torno a un eje perpendicular al eje de la espira con una velocidad angular de giro de 900 r.p.m. En el instante inicial el plano de la espira es perpendicular a las líneas de inducción magnéticas.

a) Calcula el valor de la f.e.m. inducida en cualquier instante.

b) Calcula la f.e.m. máxima que circula por el circuito Y el valor de la f.e.m. que señalaría un voltímetro conectado al circuito.



a) El ángulo inicial entre el vector superficie y el vector inducción es 0 (α_0=0)

El valor del flujo que atraviesa N espiras es:

$$\Phi = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\alpha = N \cdot B \cdot S \cdot \cos\omega t$$

El valor de la fem inducida será por tanto:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(N \cdot B \cdot S \cdot \cos\omega t\right) = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \mathrm{sen}\left(\omega t\right)$$

Para este caso concreto, como ω nos lo han dado en rpm lo debemos transformar a rad/s:

$$900\,\frac{rev}{min} = 900\,\frac{rev}{min} \cdot \frac{2\pi rad}{1rev} \cdot \frac{1\,min}{60s} = \frac{1800}{60} \cdot \pi \cdot \frac{rad}{s} = 30\pi\,\frac{rad}{s}$$

$$\varepsilon = N \cdot B \cdot S \cdot \omega \cdot \mathrm{sen}\left(\omega t\right) = 500 \cdot 0,5 \cdot \pi \cdot 0,035^2 \cdot 30 \cdot \pi \cdot \mathrm{sen}\left(30\pi t\right) = 90,68 \cdot \mathrm{sen}\left(30\pi t\right) V$$

b) Como el valor máximo del seno es 1, el valor máximo de la fem es:

$$\varepsilon_{máx} = 90,68\ V$$

Los voltímetros señalan el valor de la fem eficaz:

$$\varepsilon_{ef} = \frac{\varepsilon_{máx}}{\sqrt{2}} = \frac{90,68}{\sqrt{2}} = 64,12\ V$$